

13. April 2019

# Zauberwürfel Workshop

Fabian Leuthold

[fabian.leuthold@gmail.com](mailto:fabian.leuthold@gmail.com)

Quartierverein Äusseres Lind

---

# Inhalt

- **Wissenswertes** zum Rubik's Cube
- **Lösungsmethoden**
- Hands on "**Corners First**" Methode
  - Zugfolgen, Notation
- **Memorieren von Zugfolgen**
  - Das Major System
- **Weiterführende Informationen**

# Wissenswertes zum Rubik's Cube

- **Erfinder:**  
Ernö Rubik, ungarischer Bauingenieur, hat den Würfel 1974 erfunden
- **Auszeichnung:**  
Spiel des Jahres 1980
- **Mögliche Würfelstellungen:**  
 $43'252'003'274'489'856'000 \approx 4.3 \cdot 10^{19}$
- **God's Number:**  
Der Rubik's Cube kann (theoretisch) immer in **20\*** oder weniger Zügen gelöst werden

\* in HTM = Half Turn Metric, 26 in QTM = Quarter Turn Metric



# Wissenswertes zum Rubik's Cube

- **Drei Teilchentypen**

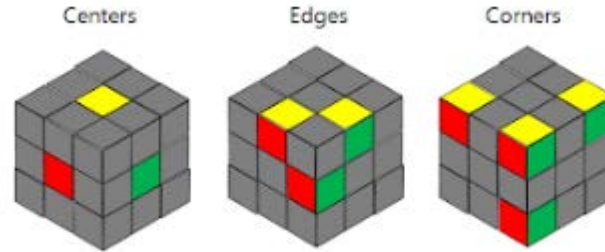
- **6 Mittelstücke / Centers**  
Einfarbig

- **12 Kanten / Edges**

Zweifarbige (Kombination untrennbar!)

- **8 Ecken / Corners**

Dreifarbige (Kombination untrennbar!)



# Wissenswertes zum Rubik's Cube

## Anzahl mögliche Würfelstellungen (I)

Wie kann eine Konfiguration des Cubes eindeutig beschrieben werden?

- **8 Ecken** auf 8 mögliche Positionen verteilen mit jeweils 3 möglichen Ausrichtungen:  
Anzahl Möglichkeiten =  $8! \cdot 3^8$



- **12 Kanteinteilchen** auf 12 mögliche Positionen verteilen mit jeweils 2 möglichen Ausrichtungen:  
Anzahl Möglichkeiten =  $12! \cdot 2^{12}$



# Wissenswertes zum Rubik's Cube

## Anzahl mögliche Würfelstellungen (II)

- **7 der 8 Eckwürfel** lassen sich **nach Belieben orientieren**, während die Orientierung des 8. dadurch erzwungen wird (d.h. 3 x weniger Möglichkeiten).
- **11 der 12 Kantenwürfel** lassen sich **nach Belieben orientieren**, während die Orientierung des 12. dadurch erzwungen wird (d.h. 2 x weniger Möglichkeiten).
- Es lassen sich weder allein 2 Eckwürfel vertauschen, noch lassen sich allein 2 Kanten vertauschen. Die **Anzahl der paarweisen Vertauschungen** muss **immer gerade** sein (d.h. 2 x weniger Möglichkeiten).

# Wissenswertes zum Rubik's Cube

## Anzahl mögliche Würfelstellungen (III)

- Deshalb berechnet sich die **Anzahl möglicher Kombinationen**, die **durch Drehungen erreichbar** sind, wie folgt:

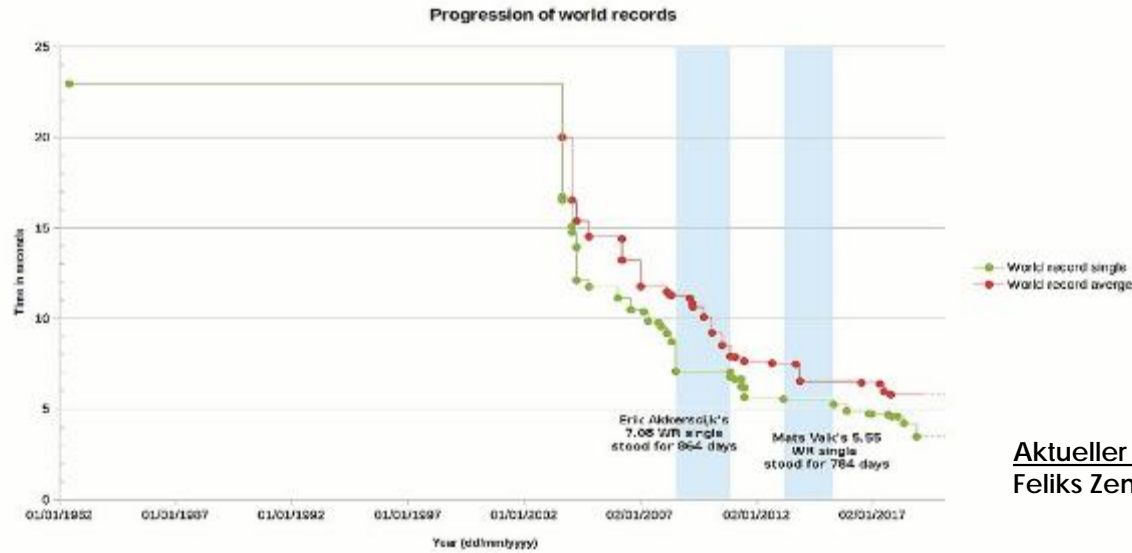
$$\frac{8! \cdot 3^8 \cdot 12! \cdot 2^{12}}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 43'252'003'274'489'856'000$$

$\approx 4.3 \cdot 10^{19}$  Möglichkeiten

- Durch **Auseinandernehmen** und **Zusammensetzen** lassen sich 12 mal so viele Kombinationen erzeugen (Nenner fällt weg).

# Wissenswertes zum Rubik's Cube

## Weltrekorde im Lösen von Rubik's Cubes



**Aktueller Weltrekordhalter (8.4.2019):  
Feliks Zemdegs (Australien) 4.2201 s**



# Lösungsmethoden

- Verbreitetste Strategie bis 1981:  
**Auseinandernehmen ;)**



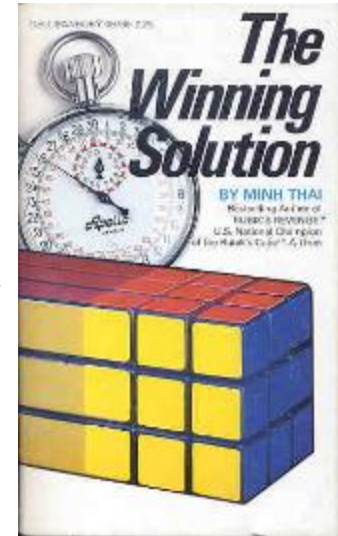


# Lösungsmethoden

- **Hamburger Technik** ([Link](#))
  - **Ablauf:** Layer by Layer Methode, start mit Gänseblümchen, weisses Kreuz, Layer1/2, zuletzt Layer 3 über gelbes Kreuz.
  - **Veröffentlicht** von von Philipp Freimann im November 2017 (Version 1.1), [Webseite](#)
  - Sehr **gut erlernbar**, mit anschaulichen und gut memorierbaren Zugfolgen
  - **erfordert keine Drehung** des Würfels, daher einfacheres Vorausschauen möglich

# Lösungsmethoden

- **Corner's First Methode** ([Link](#))
  - **Ablauf:** Lösen aller Ecken, danach lösen der unteren/oberen Ebene, zuletzt Mittelschicht
  - **Veröffentlicht** von Victor Ortega im Jahre 2001
  - **Basierend** auf der **Minh Thai Methode**, erster Weltmeister 1982 in Budapest mit einer Zeit von 22.95 Sekunden
  - Sehr **gut lernbar**, grosser Teil intuitiv ohne Zugfolgen lösbar



# Lösungsmethoden

- **Roux Methode ([Link](#))**
  - **Ablauf:** Linke Seite 3x2x1 Block unten, rechte Seite 3x2x1 Block unten (Intuitiv), danach verbleibende Ecken und Mittelschicht mit Zugfolgen
  - **Veröffentlicht** von Gilles Roux im Jahre 2003
  - Sehr **gut erlernbar**, zum grössten Teil intuitiv ohne viele Zugfolgen lösbar
  - **erfordert keine Drehung** des Würfels, daher einfacheres Vorausschauen möglich

# Lösungsmethoden

- **CFOP\*-Methode ([Link](#))**
  - **Ablauf:** Weisses Kreuz, dann Layer 1&2 lösen, dann letzter Layer in einem Durchgang lösen
  - **Veröffentlicht** von Jessica Fridrich im Jahre 1997
  - Weiterentwicklung der **Methode von David Singmaster** (Layer By Layer Methode)
  - **Die Methode für Speedcubing**
  - Relativ **lernintensiv** (letzte Phase alleine erfordert das Auswendiglernen von 3'915 [Zugfolgen](#))

\*CFOP = **C**ross – **F**irst 2 Layers – **O**rientation/**P**ermutation of the last Layer

# Lösungsmethoden

- **Human Thistlethwaite's Algorithmus (HTA, [Link](#))**
  - **Ablauf:** Gruppentheoretischer Ansatz, modifiziert, um für Menschen anwendbar zu sein; führt Cube nach und nach in Zustände über, ab welchen immer weniger Zugtypen erlaubt/nötig sind
  - **Entwickelt** von **Ryan Heise** im Jahre 2007
  - Weiterentwicklung von **Thistlethwaite's** Algorithmus für Computer
  - Nicht sehr Gehirn-freundliche Lösung

# Lösungsmethoden

- **Kociemba-Methode ([Link](#))**
  - **Algorithmus zur Lösung mit Computern:** Kann den Würfel innerhalb von 20 Zügen lösen
  - **Entwickelt** von Herbert Kociemba im Jahre 1992
  - Weiterentwicklung von **Thistlethwaite's** Algorithmus, effizienter; findet kürzere Lösungen
  - **Die Methode** für **Software Implementation** (so auch im Lego-Roboter MindCuber)

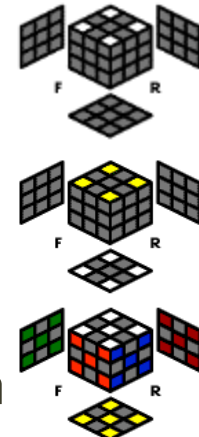


# Hands on "Corners First" Methode

## Der Ablauf im Überblick

### 1) Ecken orientieren\*

- 1) Manuell: Ecken oberer Ebene platzieren, Würfel umdrehen (obere Ebene nach unten)
- 2) Zugfolge: Ecken der neu oberen Ebene platzieren
- 3) Zugfolge: Alle Ecken & Center orientieren



\***orientieren**: Erst platzieren, dann orientieren. Platzieren bedeutet: Teilchen an richtiger Position, orientieren bedeutet: Teilchen an richtiger Position und korrekt orientiert.

# Hands on "Corners First" Methode

## Der Ablauf im Überblick

### 2) Kanten in U/D orientieren

- 1) Zugfolge/Manuell: Alle **ausser 1** Kante in Ebene D(own) orientieren, Würfel umdrehen (Ebene U(pper) nach unten)
- 2) Zugfolge/Manuell: Alle Kanten in der neuen D(own) Ebene orientieren
- 3) Zugfolge: Letzte Kante in U(pper) Ebene orientieren

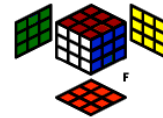
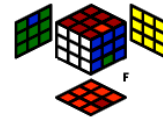


# Hands on "Corners First" Methode

## Der Ablauf im Überblick

### 3) Mittelebene Lösen

- 1) Zugfolge/Manuell: Kanten platzieren
- 2) Zugfolge/Manuell: Kanten orientieren



# Hands on "Corners First" Methode

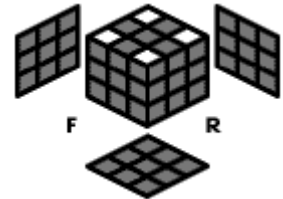
## Informationen vor dem Start

- Es gibt **verschieden beklebte Würfel**, die Farben können untereinander unterschiedliche Lagen aufweisen. Für das Lösen ist das aber egal.
- **WICHTIG:** In den Bildchen der Zugfolgen geht es jeweils nur darum, von wo ein Teilchen wohin bewegt/orientiert wird, die Farben geben nur an, was bereits gelöst ist; sie werden nicht den Farben eures Würfels übereinstimmen.

# Hands on "Corners First" Methode

## Informationen vor dem Start

- Wir halten den Würfel so, dass **F**(ront) in der **linken Hand** zu liegen kommt, **R**(ight) in der **rechten Hand**
- Zur **Notation der Zugfolgen** werden folgende Buchstaben verwendet (fett), **Apostrophe kennzeichnen Züge im Gegenuhrzeigersinn**, gesehen von Blick auf die Ebene



**F/F'**: Vordere Ebene (front)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)



**R/R'**: Rechte Ebene (right)



**E/E'**: Äquator Ebene (equator)

# Hands on "Corners First" Methode

## Workshop

- Jeder Besucher / jede Familie nimmt einen Würfel und mischt ihn tüchtig durch
- Nun lösen wir den Würfel gemeinsam!

# Hands on "Corners First" Methode

## Ecken orientieren

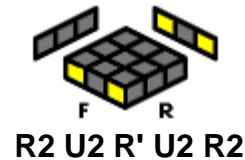
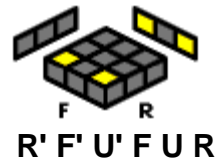
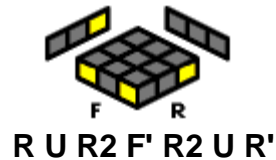
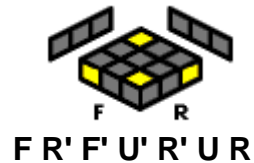
- Wir starten mit einer Seite, wo möglichst viele Ecken dieselbe Farbe haben (falls vorhanden)
- Wir richten diese Seite als Oberseite aus
- Durch **Ausprobieren** und **Beobachten** platzieren wir die restlichen Ecken, so dass nun alle **4 Ecken und das Mittel-Teilchen** dieselbe Farbe haben (erfordert Anfangs etwas Geduld)



# Hands on "Corners First" Methode

## Ecken orientieren

- Wir drehen die bearbeitete Seite nach unten
- Die Oberseite zeigt jetzt eines dieser 7 Mustern:



**F/F'**: Vorderere Ebene (front)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)



**R/R'**: Rechte Ebene (right)



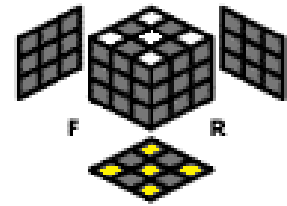
**E/E'**: Äquator Ebene (equator)



# Hands on "Corners First" Methode

## Ecken orientieren

- Nun sollte der Würfel ungefähr wie folgt aussehen: Sowohl in der oberen als auch in der unteren Ebene sind die Ecken untereinander gleichfarbig (die Farben müssen nicht mit dem Bildchen übereinstimmen)
- Im nächsten Schritt werden durch Auswahl der korrekten Zugfolge alle Ecken richtig platziert



# Hands on "Corners First" Methode

## Ecken orientieren

- Jetzt zählen wir, wie viele **horizontale Eckenpaare** auf den Seitenflächen des Würfels gleichfarbig sind:

Kein Paar



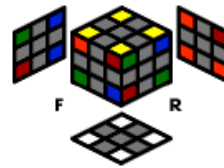
$R2 F2 R2$

4 Paare unten



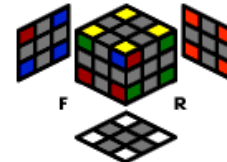
$F2 U' R U' R' U F2 U R U R'$

1 Paar hinten unten



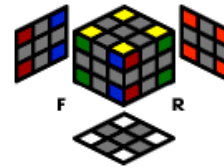
$R U' F U2 F' U R'$

5 Paare, 4 unten und 1 hinten oben



$R U' R F2 R' U R F2 R2$

2 Paare hinten unten & oben



$R2 U F2 U2 R2 U R2$



F/F': Vordere Ebene (front)



U/U': Obere Ebene (upper)



R/R': Rechte Ebene (right)

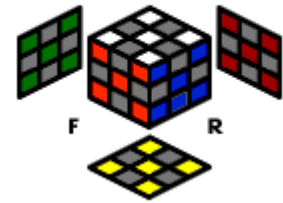


E/E': Äquator Ebene (equator)

# Hands on "Corners First" Methode

## Ecken orientieren

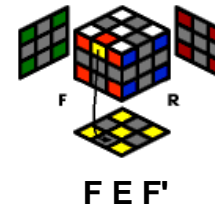
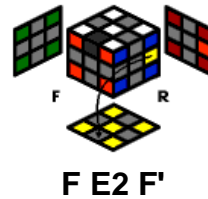
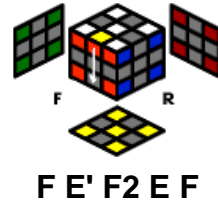
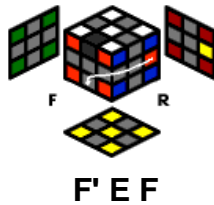
- Nun sollte der Würfel ungefähr wie folgt aussehen: Alle 8 Ecken sind korrekt orientiert (die Farben müssen nicht mit dem Bildchen übereinstimmen)
- Im nächsten Schritt werden alle **bis auf eine Kante** der unteren Ebene korrekt orientiert



# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der D-Ebene orientieren

- Um die 3 Kantenteilchen der D(own)-Ebene zu **orientieren**, sind **folgende Zugfolgen hilfreich**:



F/F': Vorderere Ebene (front)



U/U': Obere Ebene (upper)



R/R': Rechte Ebene (right)

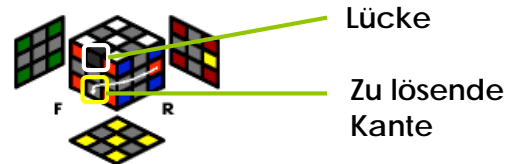
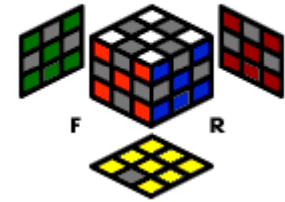


E/E': Äquator Ebene (equator)

# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der D-Ebene orientieren

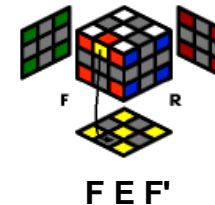
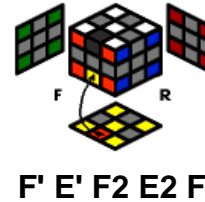
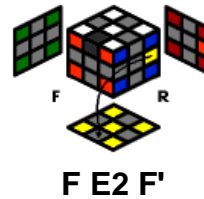
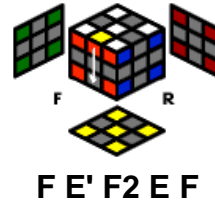
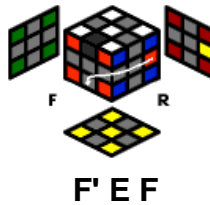
- Nun sollte der Würfel ungefähr wie folgt aussehen: Jetzt sind in der D(own)-Ebene alle Kanten **bis auf eine** korrekt orientiert
- Wir drehen nun die bearbeitete Seite nach unten, und orientieren mit denselben Zugfolgen von vorhin **alle 4 Kanten** der neuen D(own)-Ebene.
- Diesmal müssen wir bei jeder Zugfolge zusätzlich beachten, dass die **Lücke (grau)** – d.h. die ungelöste Kante der U-Ebene – **immer gegenüber der zu lösenden Kante** zu liegen kommt



# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der D-Ebene orientieren

- Um die 4 Kantenteilchen der "neuen" D(own)-Ebene zu **orientieren**, nutzen wir dieselben Zugfolgen wie zuvor:



F/F': Vorderere Ebene (front)



U/U': Obere Ebene (upper)



R/R': Rechte Ebene (right)

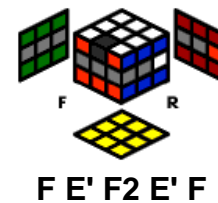
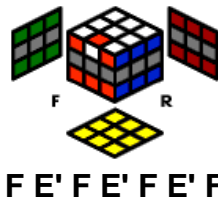


E/E': Äquator Ebene (equator)

# Hands on "Corners First" Methode

## Letzte Kante der U-Ebene orientieren

- Jetzt sind alle Kanten der D/U-Ebene gelöst, bis auf die eine Lücke in der U-Ebene. Es sind folgende 3 Konstellationen möglich, die mit den angegebenen Zugfolgen gelöst werden können:



**F/F'**: Vorderere Ebene (front)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)



**R/R'**: Rechte Ebene (right)



**E/E'**: Äquator Ebene (equator)

# Hands on "Corners First" Methode

## Letzte Kante der U-Ebene orientieren

- Nun sollte der Würfel ungefähr wie folgt aussehen: Die U/D Ebenen sind komplett gelöst
- Im **letzten Schritt** werden nun noch die **Kanten der Mittelebene** zuerst **platziert, dann orientiert**
- Dazu wird der **Würfel um 90° gedreht**, so dass die Mittelebene vertikal verläuft

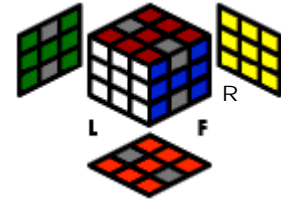




# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der Mittelebene platzieren

- Wir halten den Würfel so, dass **L**(eft) in der **linken Hand** zu liegen kommt, **R**(ight) in der **rechten Hand**, die **M**(iddle) Ebene dazwischen
- Zur **Notation der Zugfolgen** werden folgende Buchstaben verwendet, **Apostrophe kennzeichnen Züge im Gegenuhrzeigersinn**, gesehen von Blick auf die Ebene



**M/M'**: Mittlere Ebene  
(middle)



**S/S'**: Stehende Ebene  
(standing)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)

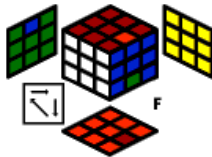


**F/F'**: Vordere Ebene (front)

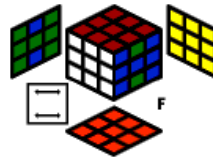
# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der Mittelebene platzieren

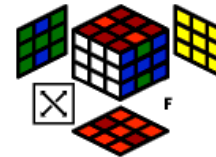
- Im nächsten Schritt werden die 4 Kanten der Mittelebene platziert. Hier helfen folgende Zugfolgen weiter:



**M U2 M' U2**



**M2 U2 M2 U2**



**M S2 M S2**



**M/M'**: Mittlere Ebene  
(middle)



**S/S'**: Stehende Ebene  
(standing)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)

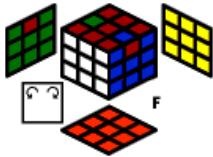


**F/F'**: Vorderere Ebene (front)

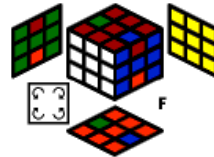
# Hands on "Corners First" Methode

## Kanten der Mittelebene orientieren

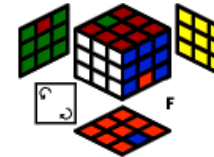
- Im letzten Schritt werden die Kanten der Mittelebene orientiert. Hier helfen folgende Zugfolgen weiter:



**M U M U M U<sup>2</sup> M' U M' U M' U<sup>2</sup>**



**F' L' F M U M U M U M U F' L F F<sup>2</sup> M U M U M U<sup>2</sup> M' U M' U M' U<sup>2</sup> F<sup>2</sup>**



**M/M'**: Mittlere Ebene  
(middle)



**S/S'**: Stehende Ebene  
(standing)



**U/U'**: Obere Ebene (upper)



**F/F'**: Vordere Ebene (front)

# Memorieren von Zugfolgen

- **Zentrale Frage:** Wie können wir uns 10, 20 oder +4'000 Zugfolgen einprägen?
  - **Variante I:** Durch Visualisierungen und motorisches Lernen
  - **Variante II:** Durch den Einsatz von Mnemotechniken
  - Kombinationen und Mischformen von Var. I & II

Ich erkläre nachfolgend, wie ich mir die Zugfolgen – grösstenteils – mit dem **Major System** memoriert habe.

## Rüstzeug: Major System (2)

### Major System

Dabei handelt es sich um eine "**Konsonanten-Codierung**". Jeder Ziffer von 0-9 wird ein oder mehrere Konsonanten zugewiesen. Möchte man sich grosse Zahlen einprägen,

- bildet man mit den Konsonanten Wörtern,
- mit den Wörtern Geschichten

Diese Geschichten sind einfach zu memorieren. Sollen die Zahlen aus der Geschichte wiedergewonnen werden, müssen nur die Konsonanten in Ziffern zurückübersetzt werden.

# Rüstzeug: Major System (3)

## Konsonanten-Tabelle ([Link](#))

Ziffer	Konsonant(en)	Ziffer	Konsonant(en)
1	t, d	6	ch, sch
2	n	7	k, g, c, ck
3	m	8	f, v, w, ph
4	r (z.B. Reh)	9	p, b
5	l (z.B. Aal)	0	s, z, ss, c

Mit Hilfe dieser Tabelle können Zahlen in Konsonanten übersetzt werden.

# Rüstzeug: Major System (4)

## Beispiel:

Einprägen einer Telefonnummer 076 824 65 10.

Ziffer	Konsonant(en)	Ziffer	Konsonant(en)
1	t, d	6	ch, sch
2	n	7	k, g, c, ck
3	m	8	f, v, w, ph
4	r (z.B. Reh)	9	p, b
5	l (z.B. Aal)	0	s, z, ss, c

0 7 6 8 2 4 6 5 1 0

s, g, sch, n, r, sch, l, t, s

Essig Schwan Eierschale Tasse

Bei diesen Schritten kann eine Wörkertabelle oder dieser [Link](#) Unterstützung bieten.

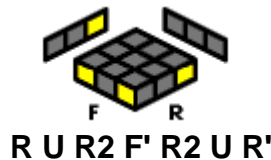
# Rüstzeug: Major System (5)

## Idee

- Den Zügen Zahlen zuweisen
- Die Zugfolgen in Wörter umwandeln und
- mit den Wörtern Geschichten bilden

Ziffer	Konsonant(en)	Ziffer	Konsonant(en)
1	t, d	6	ch, sch
2	n	7	k, g, c, ck
3	m	8	f, v, w, ph
4	r (z.B. Reh)	9	p, b
5	l (z.B. Aal)	0	s, z, ss, c

(Doppellaute zählen nur einfach!)



R U R2 F' R2 U R'

3 5 33/44 2 33/44 5 4



Maler Renoir Roller



# Weiterführende Infos

- **Prüfungswerte Links**

- Webseite von Herbert Kociemba:  
<http://kociemba.org/cube.htm>
- Webseite von Werner Randelshofer:  
<http://www.randelshofer.ch/>
- Webseite von Jessica Fridrich:  
<http://www.ws.binghamton.edu/fridrich/>
- Lego Roboter Mindcuber:  
<http://mindcuber.com/>